

論文

消費者物価指数の推計における基本価格指数と調査設計の検討

A simulation study on elementary price indexes and sampling designs

樋田 勉¹

消費者物価指数の品目（基本合算項目）レベルの集計では、カルリ指数、デュト指数、ジェボンズ指数などの基本指数が、価格データの集計に利用される。本稿では、主要な基本指数の性質を、カップ麺の POS データを用いるシミュレーションによって、比較検討した。本稿の分析から、(1) デュト指数、ジェボンズ指数、CSWD (Carruthers, Sellwood, Ward, and Dalén) 指数は、母集団指数の推定に関して、カルリ指数よりも精度がよい傾向であること、(2) カルリ指数の精度は、他の指数に比べて、サンプルサイズや店舗・製品の抽出方法に依存すること、(3) 同質的な製品が抽出される場合に、デュト指数の精度が高いこと、(4) ジェボンズ指数と CSWD 指数は、店舗・製品の抽出方法やサンプルサイズによらず、安定して精度が高いこと、(5) 店舗を有意抽出する場合、特にサンプルサイズが小さいときに、母集団指数に対する基本指数のバイアスが大きくなる可能性があることが明らかになった。

In order to estimate consumer price index, elementary price index number formulas, such as Carli, Dutot, and Jevons indexes, are used at the lowest aggregation level. Using scanner data for instant noodles, we simulate various sampling designs that collect price data to compare these elementary index number formulas. The findings of this study are as follows. First, the Dutot, Jevons, and the Carruthers, Sellwood, Ward, Dalén (CSWD) index formulas are more accurate than the Carli index formula for estimating the target population price index. Second, the accuracy of the Carli index relatively depends more on sampling designs, such as sample size, and shop and product collection methods. Third, the Dutot index accurately estimates the target price index when the sampled products are homogenous between shops. Fourth, the accuracy of the Jevons and CSWD indexes is stable and their accuracy is independent of the sampling designs. Finally, when the shops are purposively sampled with a small sample size, the bias of an elementary index formula from the target price index can be large.

Keywords: consumer price index, elementary price index formula, POS data

¹ 獨協大学 経済学部 toida@dokkyo.ac.jp

1. はじめに

消費者物価指数は、平均的な消費者が購入する財・サービスの組み合わせを、基準時と比較時点で購入するために必要な費用の比によって物価の変化を計測する。消費者物価指数を作成するためには、平均的な消費者が購入する財・サービスの重要度（ウェイト）に関する情報と、財・サービスの価格に関する情報が必要になる。日本の消費者物価指数の推計では、基本的に、ウェイトの作成に必要な情報は総務省「家計調査」から、価格に関する情報は総務省「小売物価統計調査」から得ている。

消費者物価指数の対象となる財・サービスは、その用途や目的により、「大分類」、「中分類」、「小分類」、最も細かい分類である「品目（基本合算項目）」のように段階的に分類されている。分類が細くなるにしたがって、その分類に含まれる財・サービスが同質的になるように定義される。例えば、本稿で用いるカップ麺は、日本の消費者物価指数の分類では、大分類「食料」、中分類「穀類」、小分類「めん類」、品目「即席めん」に分類される。

財・サービスの価格調査は品目ごとに行われる。品目は、相対的に同質な製品を含むように定義されるが、品目内にも多数の製品が含まれることが通常である。統計作成部局が消費者物価指数推計のために、品目内のすべての製品の価格調査を、多数の店舗において行うことは実質的に不可能である。したがって、多くの製品の中から、品目を代表する製品を確率的・非確率的に選択して、価格調査を行うことになる。たとえば、品目「即席めん」には、「日清 カップヌードル」や「まるちゃん 赤いきつね」など様々な製品が含まれるが、日本の消費者物価指数では、「即席めん」の代表として「日清 カップヌードル」が指定されている。

品目内の価格データの集計は、基本指数（下位レベル算式）と呼ばれる価格データのみから構成される指数算式によって行われる。通常、最も細かい集計単位である品目においては、品目内の製品ごとの消費額や購入数量等の、ウェイトの計算に利用できるデータを得ることは難しいため、価格

データのみが調査される。このため、ラスパイレス指数やパーシェ指数など、ウェイトを用いた価格指数は利用されず、カルリ指数、デュト指数、ジェボンズ指数などの基本指数が利用される。

品目内の価格データの集計に用いる基本指数の選択は、小分類、中分類、総合指数など、より上位レベルの指数に影響を与えるため重要な問題である。ILO が作成する消費者物価マニュアル (ILO(2004)) では、デュト指数とジェボンズ指数を基本指数として推奨している。多くの国では、デュト指数、ジェボンズ型、カルリ指数を利用している。Silver and Heravi(2007,p.876)によると、基本指数の利用が明らかな 37 国のうち、13 か国がデュト指数、14 か国がジェボンズ指数、4 か国がカルリ指数を用いている。また、6 か国が、ジェボンズ指数を基本として、特定のカテゴリーでカルリ指数やデュト指数を利用している。日本では基本的にデュト指数を採用している。

品目ごとに計算した基本指数を、それぞれの品目のウェイトで加重平均することにより、小分類の価格指数が計算される。さらに、小分類の価格指数を、そのウェイトで加重平均することにより、中分類の価格指数が計算される。このようなプロセスを経て、総合的な価格指数が計算される。

基本指数の選択や優劣に関して、様々な研究が行われてきた。Dalén(1992) は、スウェーデンにおける消費者物価指数の作成方法の変更の際に行われた、基本指数の検討について報告している。Diewert(1995) は、主要な基本指数について詳細な理論的分析を行い、基本指数としてカルリ指数の利用は推奨されないと述べている。Balk(2005) は、母集団から標本抽出された価格データを用いて基本指数が推定されていることに注目し、推定量の不偏性や一致性等の統計学的性質を用いて、基本指数の理論的な検討を行っている。

1990 年代後半から、物価指数の研究に POS データが用いられるようになり、POS データを用いた基本指数の研究も行われるようになった。Dorfman, Lent, Leaver, and Wegman(2006) は、米国と英国の消費者物価指数の推計方法について、基本指数、調査店舗の抽出法、調査する製品の選択

法等に注目して POS データを用いた比較研究を行っている。Silver and Heravi(2007) は、テレビの POS データを用いて基本指数と価格分散の関係を分析し、デュト指数とジェボンズ指数の差が価格分散と密接に関連することや、テレビのスペックの差をヘドニック回帰によってコントロールすると、両指数の差が抑えられることを示している。さらに、価格が対数正規分布に従う場合には、価格水準の変化は、デュト指数とジェボンズ指数の大小関係に影響を与えず、価格分散が大きくなると、デュト指数がジェボンズ指数よりも大きくなることを示している。

このように、欧米の POS データを利用した基本指数の研究例はあるが、日本の POS データを基本指数の研究に適用した例はほとんどないようである¹。そこで本稿では、日本の POS データを用いて基本指数の性質の検討を行う。本稿では、公益財団法人流通経済研究所の、2005 年 4 月から 2007 年 3 月の「カップ麺」(JICFS 分類 111203) の POS データを利用する。POS データを用いる物価指数算式の研究結果は、POS データの特徴や性質に依存する可能性があるため、日本の POS データを用いて基本指数の性質を検討し、その結果を蓄積することには意義があると考えられる。

本稿の構成は以下のとおりである。2 章では、物価指数の品目レベルの集計に用いられる主な基本指数について説明する。3 章では、利用するデータとシミュレーション方法について述べる。4 章では、シミュレーションの結果を示す。5 章では、分析のまとめと今後の展望について述べる。

2. 物価指数の基本指数

本節では、ILO (2004) と Silver and Heravi (2007) にもとづいて、消費者物価指数の基本指数

¹日本の大規模な POS データを用いた物価研究として Imai, S. and Watanabe, T., “Product Downsizing and Hidden Price Increases: Evidence from Japan’s Deflationary Period”, Asian Economic Policy Review, Vol.9, pp.69-89(2014) や Handbury, J., Watanabe, T., and Weinstein, D. E., “How Much Do Official Price Indexes Tell Us about Inflation?”, NBER Working Paper No.19504(2013) などがある。

について説明する。指数が集計される最小の分類(品目)内で、基準時 0 と比較時 t の両方の時点において、価格と数量が観測される製品が M 種類あるとする。基準時における M 種類の製品の価格と数量をそれぞれ $p_0 = \{p_m^0\}, q_0 = \{q_m^0\}, m = 1, \dots, M$, 比較時における価格と数量をそれぞれ $p_t = \{p_m^t\}, q_t = \{q_m^t\}, m = 1, \dots, M$ とする。カルリ指数 $P_C(p_0, p_t)$, デュト指数 $P_D(p_0, p_t)$, ジェボンズ指数 $P_J(p_0, p_t)$, CSWD (Carruthers, Sellwood, and Ward(1980), Dalén(1992)) 指数 $P_{CSWD}(p_0, p_t)$ は、以下のように定義される。

$$P_C(p_0, p_t) = \sum_{m=1}^M (p_m^t/p_m^0)/M \quad (1)$$

$$P_D(p_0, p_t) = \frac{\sum_{m=1}^M p_m^t/M}{\sum_{m=1}^M p_m^0/M} \quad (2)$$

$$P_J(p_0, p_t) = \prod_{m=1}^M (p_m^t/p_m^0)^{1/M} \quad (3)$$

$$P_{CSWD}(p_0, p_t) = \sqrt{P_C(p_0, p_t)P_H(p_0, p_t)} \quad (4)$$

ここで、 $P_H(p_0, p_t)$ は、以下のように定義される調和平均である。

$$P_H(p_0, p_t) = \left[M^{-1} \sum \left(\frac{p_m^t}{p_m^0} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (5)$$

基本指数の性質を理論的に考察する際に、一般に公理的アプローチが用いられる²。指数の公理的アプローチでは、指数算式として望ましいと考えられるいくつかの性質(公理)を個別の指数が持っているのか確認する³。公理的なアプローチにおいて特に重要とみなされる公理についてみると、カルリ指数は時間点逆テストを満たさず、上方バイアスがあることが知られている。すなわち、

$$P_C(p_0, p_t)P_C(p_t, p_0) \geq 1 \quad (6)$$

²基本指数の性質を検討するもう一つの方法が経済理論的アプローチである。経済理論的アプローチでは、消費者の効用関数を仮定して、個別の指数が生計費指数の良い近似になっているか議論する。経済学的アプローチについては Diewert(1995) や ILO(2004) に詳しい。

³重要と考えられる公理は、連続性、同一性、現在価格に関する単調性、基準時点価格に対する単調性、比例性、逆比例、中間値、店舗の対称的取扱い、価格飛び跳ね検査、時間点逆、遷移、共通単位性などである (ILO(2004))。

である。これは、ある製品の価格が、基準時から比較時へ上昇した後に基準時の価格に戻ったとしても、指数が1以上になることを意味し、指数としては望ましい性質ではない。したがって、Diewert(1995) や ILO(2004) はカルリ指数の利用を推奨していない。

デュト指数は、単位共通性以外のすべての重要な公理を満たす。単位共通性は、品目内の製品のそれぞれの測定単位が変更されたとしても指数が影響されないという性質で、品目内の製品が同質であれば自動的に満たされる性質である。したがって、デュト指数を利用する場合は、品目内の製品が同質的であることが重要である。

ジェボンス指数は、特に重要とみなされるすべての公理を満たす。また、ILO(2004) で経験的にジェボンス指数と近い値をとることが指摘されている CSWD 指数は、価格飛び跳ね検査（基準時点の価格データの並びと比較時点の価格データの並びを変更しても指数が影響されない）と遷移性検査（0時から1時への価格指数と1時から2時への価格指数の積が、0時から2時への価格指数に等しくなる）を満たさないが、他の重要な公理はすべて満たすことが知られている。

一方、基本指数の相違は、価格データを平均する方法の相違でもあるから、同じ価格データを用いた場合に、大小関係が明らかな基本指数の組み合わせがある。例えば、カルリ指数、ジェボンス指数、調和平均の順に小さくなる。また、基本指数の算式から、ジェボンス指数はデュト指数を2次近似していること、ジェボンス指数と CSWD 指数は近い値を取り、カルリ指数よりも小さいこと、価格分散が大きくなると、基本指数間の差が大きくなることが知られている（ILO(2004)）。

3. データと分析方法

3.1 POS データの構成

本稿では、基本指数の性質を POS データを用いるシミュレーションによって検討する。ここでは、公益財団法人流通経済研究所が提供している

「全国 POS データ・インデックス (NPI)」から、2005 年 4 月から 2007 年 3 月におけるカップ麺の日別 POS データを利用する。NPI は、全国約 350 のスーパーの POS データを集計したものである。ここでいうスーパーには、総合スーパー (GMS)、食品スーパー (SM)、ミニスーパー (ミニ SM) が含まれる。

日別 POS データには、JAN コードで識別される製品の販売額 (税込) と販売点数が日別・店舗別に記録されており、日別・製品別の販売価格を計算できる。また、POS データには各 JAN コードに対応する製品の名称とメーカー名、各店舗の業態情報 (GMS, SM, ミニ SM の 3 分類) も含まれる。

日本をはじめ多くの国では、消費者物価指数は月次で作成されている。そこで本稿でも、月次の基本指数について検討する。各製品について、月別の販売金額合計を月別の販売点数合計で割ることにより、月別の平均販売価格 (単位価格) を計算する。そして、販売点数を数量、単位価格を価格として分析に利用する⁴。2005 年 4 月から 24 か月間のカップ麺の日別 POS データから作成した月別単位価格データには、286 店舗、2066 製品の販売情報が含まれ、月別・店舗別・製品別のレコード数は約 765 万レコードである⁵。

3.2 疑似母集団の作成

本稿のシミュレーションでは、月別単位価格データから疑似的な母集団を作成し、母集団における

⁴Ivancic, Diewert, and Fox(2011) は、POS データから単位価格を計算して指数の推計に用いる際に、単位価格を計算する単位時間が短い場合に連鎖指数のドリフトの原因になる問題について検討している。また、POS データから計算する販売価格については (1) POS データには日別の販売点数と販売金額のみが記録されるため、ある製品が一日の中で異なる価格で販売されても日別 POS データから確認することはできず、製品の毎日の平均販売価格のみを知ることができること、(2) POS データは売り上げがあった製品の情報のみを含んでおり、店舗に陳列されていても販売点数が 0 の場合には、その製品の価格情報は記録されない点に限界がある。しかし、本稿は月別指数の分析を扱うので、これらの点が分析に与える影響はほとんどないと考えられる。

⁵日別 POS データは約 1988 万レコードから構成される。

価格指数を母集団価格指数として推定目標とする。この母集団から標本を抽出して基本指数を計算し、母集団価格指数からの乖離を観察する。

母集団の作成では、 M 個の製品を分析対象として指定し、これらの製品を 24 か月間継続販売した店舗を抽出する。抽出された店舗 (N 個) における、分析対象製品の価格・数量の集合を母集団とし、推定対象となる母集団価格指数を計算する。

疑似母集団の作成において、分析対象製品の数を増加させると、これらの製品を 24 か月間継続して販売した店舗数は減少する。このため、24 か月間の製品別販売額シェアが上位の製品を、分析対象製品として選択する。表 1 の第 3 列は、2005 年 4 月から 2007 年 3 月のカップ麺の販売額シェアである⁶。

表 1 の製品別シェアをみると、「日清カップヌードル 77g」(消費者物価指数の調査対象銘柄) のシェアが 7.4% で最大であり、「日清カップヌードル シーフードヌードル 75g」が 5.1%、「日清焼そば U.F.O.129g」が 3.5% で続いている。また、分析に利用するデータに含まれる JAN コード数は 2066 であるが、販売額シェアが 1% を超える製品は 13 種であり、販売額が大きい製品は全体の一部である。シェア 5 位までの製品の販売額シェアは 23.4%、10 位までの製品の販売額シェアは 35.0% である。シェア 5 位までの製品を 24 か月間継続して販売した店舗は 127、シェア 10 位までの場合は 50 である。本稿のシミュレーションでは、シェア 10 位までの製品を、2 年間継続販売した 50 店舗における価格・数量の集合を疑似母集団として利用する⁷。

⁶ うどんやそばは、製品名が同じでも東日本と西日本で異なる風味で販売され、異なる JAN コードで管理されている。分析のために、東日本用と西日本用の製品を統合した場合、表 1 の製品名に*を付け、東日本用製品の JAN コードを表に示している。例えば、「マルちゃん赤いきつねうどん」の場合、東日本用は JAN コードが 4901990522731、西日本用は JAN コードが 4901990527866 であり、これらを統合している。東日本用と西日本用製品の単位価格の推移を比較すると、おおむね類似した動きをしているため、ここでは、東日本用と西日本用製品は同等な製品であると仮定して扱っている。

⁷ シェア 5 位までを継続販売した店舗を分析対象とする計算も行ったが紙面の都合で割愛する。分析結果は、シェア 10 位までの場合と大きな違いはない。

表 1 の第 4~6 列は、疑似母集団における製品別シェア、月別単位価格の平均と標準偏差である。疑似母集団の製品別平均価格は、「ペヤングソースやきそば」の 112.9 円から「マルちゃん赤いきつねうどん」の 92.9 円まで約 20 円の差がある。また、変動係数は、9.8% (「明星 一平ちゃん 夜店の焼きそば」) から 17.6% (「ペヤングソースやきそば」) までばらついている。このように、疑似母集団に含まれる製品の平均価格や変動係数のばらつきは大きくなく、疑似母集団内の製品はおおむね同質的であると評価できる。また、ブランドが同じ「カップヌードル 77g」「カップヌードル シーフードヌードル 75g」, 「カップヌードル カレー 85g」は、平均と標準偏差が近い値をとっていることも特徴的である。

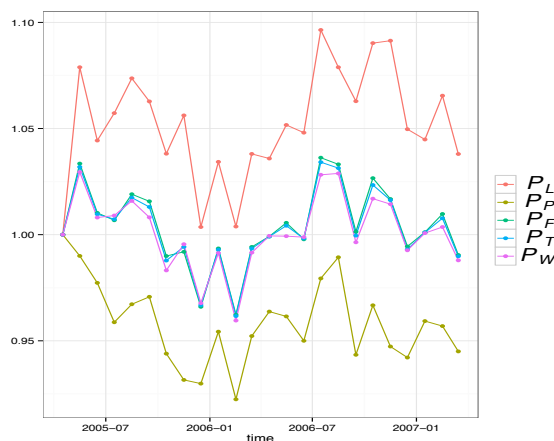


図 1: 母集団の価格指数

3.3 母集団価格指数

推定目標となる母集団価格指数は、2005 年 4 月を基準とするウォルシュ指数 P_W とする。ウォルシュ指数 P_W は最良指数の一つであり、以下のように定義される。

$$P_W(p_0, p_t, q_0, q_t) = \frac{\sum_{m=1}^M p_m^0 \sqrt{q_m^0 q_m^t}}{\sum_{m=1}^M p_t \sqrt{q_m^0 q_m^t}} \quad (7)$$

ウォルシュ指数は、指数の公理的な視点と経済理論的な視点から、フィッシャー指数 P_F やトルンク

表 1: 2005-2006 年度のカップめんの販売額シェア

製品名	JAN code	シェア (全)	シェア (疑)	平均	標準偏差
日清 カップヌードル 77 g	00000049698110	7.40%	19.19%	100.01	14.48
日清 カップヌードル シーフードヌードル 75 g	00000049698180	5.13%	15.52%	99.62	14.51
日清 日清のどん兵衛 きつねうどん 95 g*	04902105002670	4.17%	9.66%	94.93	11.56
日清 焼そばU. F. O. 129 g	04902105022120	3.49%	6.00%	96.26	10.61
マルちゃん 赤いきつねうどん 96 g*	04901990522730	3.23%	10.08%	92.91	16.13
日清 カップヌードルカレー 85 g	00000049698140	3.11%	9.63%	100.78	16.00
マルちゃん 緑のたぬき天そば 101 g*	04901990522750	2.77%	9.03%	93.08	16.13
明星 一平ちゃん 夜店の焼そば 135 g	04902881048650	2.35%	7.20%	95.01	9.38
日清 どん兵衛 天ぶらそば 100 g*	04902105033750	2.23%	7.67%	94.66	11.78
ペヤング ソースやきそば 120 g	04902885000690	1.14%	6.03%	112.91	19.86

注：製品名の*は東日本と西日本用の製品を統合した製品。

ビスト指数 P_T と同等の望ましい性質を持ち、これらの指数の差は小さいことが知られている (ILO (2004))。本稿で用いる母集団価格データから、ラスパイレス指数 P_L 、パーシェ指数 P_P 、フィッシャー指数 P_F 、トルンクビスト指数 P_T 、ウォルシュ指数 P_W を計算したものが図1である。図1から、フィッシャー指数、トルンクビスト指数、ウォルシュ指数は類似した傾向で推移している。この図から、母集団価格指数の計算式としていずれの指数を用いても、シミュレーションの結果に大きな違いは生じないことが確認できる。

なお、現実のマーケットでは、新製品の登場や既存製品の製造中止による製品の入れ替わり、各店舗で販売する製品のバラエティの変更や欠品等による価格情報の欠損が生じうる。本稿では、上記の手順で母集団を作成することにより、新製品の登場や旧製品の脱落の影響や、毎月の店舗における価格情報の欠損の影響を分析から排除している⁸。

3.4 疑似母集団からのサンプリング

一般に、消費者物価指数の計算のための価格収集は2段階で行われる。1段階では、ある調査地区において、品目 A に属する製品を販売している

⁸製品や店舗の入れ替わりは物価指数の計測において非常に重要な問題である。これらの問題についてはILO(2004)等を参照されたい。

N 個の店舗から、調査対象店舗を n 個抽出する。2段階では、調査対象店舗で販売される品目 A に属する M 個の製品から、価格調査対象となる1製品を抽出する⁹。

シミュレーションでは、ある調査区に $M = 10$ 種類の製品を販売する店舗が $N = 50$ 店舗存在し、この集団から、調査対象店舗として n 店舗を基準時点 (2005年4月) に抽出し、各店舗で1製品の価格を24か月間継続調査する状況を想定する。そして、抽出した製品の価格から、2005年4月を基準とする基本指数を計算して、母集団価格指数を推定する。

シミュレーションにおける店舗と製品の抽出方法は、消費者物価指数の作成で採用されうる方法とし、店舗の抽出方法は以下の3種類とする。

- S1 販売額シェアが上位 n 位までの店舗を抽出
- S2 販売額シェアで確率比例抽出して n 店舗を抽出
- S3 単純無作為抽出で n 店舗を抽出

ここで、店舗別、製品別の販売額シェアは、24か月間合計のシェアを利用する¹⁰。店舗の販売額シ

⁹通常、消費者物価指数の測定のための価格調査では、品目 A の調査対象として選択された店舗のそれぞれから、その品目に属する製品の価格が一つだけ調査される。

¹⁰現実の調査により近い設定を考えると、2005年4月のシェアだけを用いても結果に大きな違いはない。

アは図2のとおりである。図2は、横軸に50個の店舗、縦軸に各店舗の販売額シェアと製品別の内訳を示している。販売額シェアは店舗間でばらつきがあり、シェアが最大の店舗の5.8%から最小の店舗の0.5%まで指数的に減少している。したがって、店舗抽出法が異なると、抽出される店舗が大きく変わりうる。

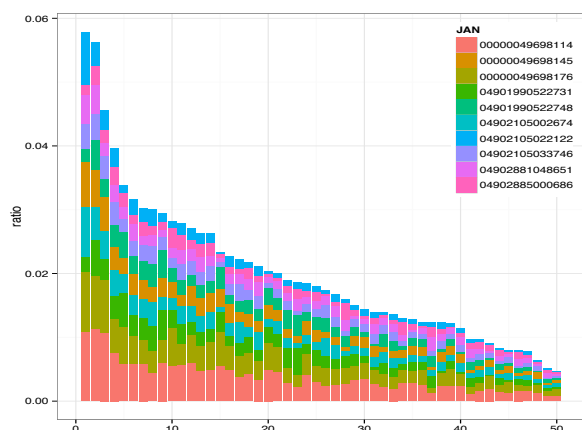


図2: 疑似母集団における24か月間の店舗の販売額シェア

抽出された n 店舗では、それぞれ1製品の価格を抽出する。シミュレーションにおける製品抽出法は、以下の7種類とする。

- J1 母集団における24か月の製品別販売額シェアが最も高い1製品を全店舗で抽出
- J2 J1の製品と品質がほぼ同等と考えられる製品3種類から、店舗ごとに等確率で1製品を抽出
- J3 店舗ごとに、24か月の製品別販売額シェアを用いて1製品を確率比例抽出
- J4 店舗ごとに販売額シェアが最も高い製品を選択。
- J5 単純無作為抽出
- J6 母集団における24か月の製品別販売数量シェアが最も高い1製品を全店舗で抽出

- J7 店舗ごとに、24か月の製品別販売数量シェアを用いて1製品を確率比例抽出

J2の抽出では、製品のブランドが共通で、品質が近いと考えられる「カップヌードル77g」「カップヌードル シーフードヌードル75g」「カップヌードル カレー85g」のうち、いずれか1製品を等確率で抽出する。疑似母集団の全販売額に対する標本として抽出する製品の販売額合計の割合を、カバレッジと呼ぶことにすると、図2から、店舗を抽出する数、店舗の抽出方法、製品の抽出方法によって、カバレッジは大きく変動しうるがわかる。

3.5 シミュレーションにおける精度評価

シミュレーションでは、サンプルサイズや店舗と製品の抽出方法と、指数の精度の関係を観察する。シミュレーションの回数 B は、 $B = 10000$ とする。また、消費者物価指数の推定のための価格データの収集では、調査地区内の調査価格数(サンプルサイズ)は通常小さいため、シミュレーションにおける抽出店舗数 n は、 $n = 2, 3, 5, 10$ 店舗とする¹¹。

基本指数の評価は、目標とする母集団価格指数からのMean Error (ME, バイアス)とRoot mean squared error (RMSE)を用いる。2005年4月から2007年3月の各月について、母集団から n 個の価格を抽出して基本指数を計算し、母集団に含まれるすべての価格と数量(店舗数が50、各店舗10製品より、価格・数量の組が500組)を用いて計算する母集団ウォルシュ指数との乖離を、MEとRMSEで評価する。MEとRMSEは、母集団価格指数 P 、標本価格指数 \hat{P} 、シミュレーション回数 B 、 b 回目のシミュレーションにおける P の

¹¹Dorfman et al. (2006)のシミュレーションでは $n = 8$ としている。

推定値 \hat{P}^b について、以下のように定義される。

$$ME = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B [\hat{P}^b - P] \quad (8)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B [\hat{P}^b - P]^2} \quad (9)$$

4. 結果

表2~5は、店舗の抽出法3種類と製品の抽出法7種類を組み合わせ、合計21種類の標本抽出法についてシミュレーションを行った結果である¹²。シミュレーションは24か月について行ったが、紙面の節約のため、季節変動を無視できる2005年4月基準による2006年4月の結果を示している。ここで、2006年4月の母集団価格指数は $P = 0.999$ である。

指数算式間の精度の差について全体的な傾向をみると、デュト指数、ジェボンズ指数、CSWD指数のバイアスの絶対値が小さく、カルリ指数のバイアスがやや大きいケースが多い。デュト指数は、ジェボンズ指数とCSWD指数よりも精度がよいケースが多いが、その差はわずかである。CSWD指数とジェボンズ指数のバイアスはほぼ同じ値であるが、ジェボンズ指数のほうがやや精度高い。また、カルリ指数のバイアスは正値を取るケースが多く、デュト指数やジェボンズ指数に比べて上方にバイアスが出やすい傾向である。

カルリ指数の精度は、サンプルサイズと、店舗と製品の抽出法に依存して変化している。サンプルサイズが $n = 2, 3, 5$ の場合は、カルリ指数の精度が最も低いケースが多いが、サンプルサイズが $n = 5, 10$ の場合は、販売額や販売数量による確率比例抽出 (J3, J7) や単純無作為抽出 (J5) のように、製品の抽出を確率的に行う場合に、カルリ指数の精度が高いケースがみられる。このことは、デュト指数、ジェボンズ指数、CSWD指数に比べ

て、カルリ指数が、サンプルサイズと、店舗と製品の抽出法により依存することを示唆する。

デュト指数の精度は、ジェボンズ指数とCSWD指数よりも、製品の選択法の影響を受けやすい傾向である。母集団における販売額シェアが最も高い製品を全店舗で共通に調査する (J1) 場合、店舗間で調査する製品にばらつきはないが、このとき、デュト指数のバイアスの絶対値が、ジェボンズ指数やCSWD指数よりも小さい傾向がある。一方、確率的に製品を選択するため、店舗間で調査する製品に差が生じる可能性がある J3, J5, J7 の場合、デュト指数のバイアスの絶対値は、ジェボンズ指数やCSWD指数よりも大きい傾向である。一方、ジェボンズ指数とCSWD指数は、どの製品選択法でも安定的に精度がよい。これは、デュト指数の精度が、ジェボンズ指数とCSWD指数に比べて、抽出される製品の同質性により依存することを示唆している。

基本指数と製品抽出法別に、店舗の抽出法とサンプルサイズに注目すると、販売シェアが上位の n 店舗を抽出する (S1) 場合、4種類の基本指数のバイアスの絶対値は、サンプルサイズが小さいときに大きく、サンプルサイズが大きくなると減少する。これは、サンプルサイズが大きくなると、S1の場合のカバレッジが、S2とS3に比べて、平均的に大きくなり、指数の精度が高くなるためと考えられる。このことは、特に有意抽出 (S1) の場合、サンプルサイズとカバレッジが推定精度に影響することを示唆している。

販売額シェアで店舗を確率比例抽出する (S2) 場合や単純無作為抽出で店舗を抽出する (S3) 場合、製品抽出法と基本指数別にみたバイアスの絶対値は、サンプルサイズが増加してもほぼ一定であり、RMSEだけが減少している。この結果は、4種類の基本指数が、ウォルシュ指数で計算した母集団価格指数に対して、系統的な上方バイアスを持つことを示している。したがって、ウェイトを利用しない基本指数で、ウェイトを利用するウォルシュ指数を推定することには、一定の限界があることが示唆される。

一方、このシミュレーションでは、母集団におけ

¹²シミュレーションでは確率的な標本抽出を行っていないケースがあることと、確率的な抽出を行う場合も、抽出率の逆数によるウェイト付けは行わず、基本指数の算式通りに計算を行っていることに注意が必要である。

る販売額シェアが1位の製品が、店舗ごとの販売額シェア1位でもあったため、店舗ごとに販売額シェアが最大の製品を抽出する方法(J4)と、母集団における販売額シェアが1位の製品を全店舗で抽出する方法(J1)とが同じ結果となった。また、販売額を用いるJ1, J3と、販売数量を用いるJ6, J7との間に大きな違いはみられなかった。

5. おわりに

本論文では、消費者物価指数の推計に用いられる代表的な基本指数の特徴をみるために、POSデータを用いたシミュレーションを行った。Balk(2002)やILO(2004)により、基本指数の統計的性質は調査対象製品の抽出方法と関連することが示されているため、調査製品の抽出方法と基本指数の関係にも注目した。また、本稿では、先行研究でほとんど検討されていない、サンプルサイズと指数の精度の関係にも注目した。

シミュレーションの結果から、デュト指数、ジェボンズ指数、CSWD指数は、カルリ指数よりも精度が高い傾向がみられた。カルリ指数は、標本サイズや店舗・製品の抽出方法の影響を受けやすい。その一方、店舗・製品の抽出が無作為抽出でサンプルサイズが大きい場合に、カルリ指数は相対的によい性質を示した。また、カルリ指数は、他の指数に比べて、目標となる母集団価格指数を過大推定する傾向がみられた。

デュト指数の精度は、店舗と製品の抽出方法によらず全体的に高い傾向である。特に、調査対象製品が店舗間でばらつかないケースで、相対的に精度が高くなった。一方、標本として抽出される製品が同質的ではない可能性がある場合、ジェボンズ指数とCSWD指数の精度が相対的に高い傾向であった。

ジェボンズ指数とCSWD指数は、店舗・製品の抽出法によらず安定的に精度が高い。さらに、ジェボンズ指数とCSWD指数の差は小さいが、すべてのケースでジェボンズ指数のほうがよい性質を示している。

指数の精度とサンプルサイズの関係を見ると、店舗の抽出を有意抽出で行う場合、サンプルサイズやカバレッジが大きくなると、基本指数の推定精度が高くなる傾向がみられた。店舗の抽出を有意抽出によって行う場合、サンプルサイズやカバレッジの検討は特に重要であることが示唆される。

本稿の結果は、基本指数の精度が、標本抽出デザインに密接に関連していることを示している。また、本稿のシミュレーション結果は、Diewert(1995), Balk(2002), Dorfman(2006)等の先行研究の結果と整合的である。その一方で、この種のシミュレーションの結果は、POSデータの性質に依存する可能性があり、他の製品や品目に一般化することには注意が必要である。例えば、今回の分析で利用した「カップ麺」の疑似的な母集団に含まれる製品が同質的であるため、デュト指数の精度が高かった可能性がある。したがって、他の品目のPOSデータを用いた基本指数の検討や、品目内の同質性の程度と基本指数の精度の関係の検討は、今後の課題である。また、価格分布は、対称分布や右にゆがんだ分布ではなく、左にゆがんだ分布や複数の峰がある分布であることも多い(Funaoka, Saigo, Sitter, and Toida(2006))。このような価格分布における基本指数の性質の分析も、今後の課題である。

謝辞

本研究はJSPS科研費25380269の助成を受けたものです。また、本研究の一部は情報学研究所研究助成によるものです。記して謝意を表します。

表 2: 基本指数の精度 ($n = 2$)

$n = 2$	店舗抽出 S	製品抽出 J	カルリ指数			デット指数			ジェボンズ指数			CSWD 指数		
			Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE
1	1	1	0.146	0.000	0.021	0.117	0.000	0.014	0.119	0.000	0.014	0.119	0.000	0.014
1	1	2	0.095	0.044	0.011	0.076	0.035	0.007	0.077	0.036	0.007	0.078	0.036	0.007
1	1	3	0.068	0.044	0.006	0.054	0.035	0.004	0.056	0.035	0.004	0.056	0.035	0.004
1	1	4	0.146	0.000	0.021	0.117	0.000	0.014	0.119	0.000	0.014	0.119	0.000	0.014
1	1	5	0.049	0.040	0.004	0.039	0.032	0.003	0.041	0.032	0.003	0.041	0.032	0.003
1	1	6	0.146	0.000	0.021	0.117	0.000	0.014	0.119	0.000	0.014	0.119	0.000	0.014
1	1	7	0.068	0.044	0.007	0.055	0.035	0.004	0.056	0.036	0.004	0.056	0.036	0.004
2	1	1	0.045	0.109	0.014	0.039	0.110	0.014	0.039	0.107	0.013	0.039	0.107	0.013
2	2	2	0.021	0.095	0.009	0.013	0.096	0.009	0.014	0.093	0.009	0.014	0.093	0.009
2	2	3	0.007	0.083	0.007	0.001	0.084	0.007	0.002	0.082	0.007	0.002	0.082	0.007
2	2	4	0.045	0.109	0.014	0.039	0.110	0.014	0.039	0.107	0.013	0.039	0.107	0.013
2	2	5	0.000	0.078	0.006	-0.008	0.080	0.006	-0.006	0.078	0.006	-0.006	0.078	0.006
2	2	6	0.045	0.109	0.014	0.039	0.110	0.014	0.039	0.107	0.013	0.039	0.107	0.013
2	2	7	0.006	0.083	0.007	-0.001	0.084	0.007	0.000	0.081	0.007	0.000	0.081	0.007
3	1	1	0.052	0.103	0.013	0.046	0.106	0.013	0.046	0.102	0.013	0.046	0.102	0.013
3	3	2	0.022	0.097	0.010	0.012	0.099	0.010	0.014	0.096	0.009	0.014	0.096	0.009
3	3	3	0.004	0.087	0.008	-0.004	0.090	0.008	-0.003	0.086	0.007	-0.003	0.086	0.007
3	3	4	0.052	0.103	0.013	0.046	0.106	0.013	0.046	0.102	0.013	0.046	0.102	0.013
3	3	5	-0.004	0.084	0.007	-0.013	0.087	0.008	-0.011	0.084	0.007	-0.011	0.084	0.007
3	3	6	0.052	0.103	0.013	0.046	0.106	0.013	0.046	0.102	0.013	0.046	0.102	0.013
3	3	7	0.004	0.088	0.008	-0.004	0.091	0.008	-0.002	0.088	0.008	-0.002	0.088	0.008

表 3: 基本指数の精度 ($n = 3$)

$n = 3$	店舗抽出 S	製品抽出 J	カルリ指数			デット指数			ジェボンズ指数			CSWD 指数		
			Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE
1	1	1	0.100	0.000	0.010	0.079	0.000	0.006	0.080	0.000	0.006	0.081	0.000	0.007
1	1	2	0.064	0.023	0.005	0.051	0.019	0.003	0.052	0.019	0.003	0.053	0.019	0.003
1	1	3	0.044	0.034	0.003	0.032	0.032	0.002	0.033	0.032	0.002	0.034	0.032	0.002
1	1	4	0.100	0.000	0.010	0.079	0.000	0.006	0.080	0.000	0.006	0.081	0.000	0.007
1	1	5	0.024	0.034	0.002	0.015	0.031	0.001	0.016	0.032	0.001	0.017	0.033	0.001
1	1	6	0.100	0.000	0.010	0.079	0.000	0.006	0.080	0.000	0.006	0.081	0.000	0.007
1	1	7	0.044	0.034	0.003	0.032	0.032	0.002	0.034	0.032	0.002	0.034	0.032	0.002
2	1	1	0.045	0.087	0.010	0.037	0.089	0.009	0.038	0.085	0.009	0.038	0.085	0.009
2	2	2	0.021	0.072	0.006	0.011	0.073	0.005	0.013	0.070	0.005	0.013	0.070	0.005
2	2	3	0.007	0.063	0.004	-0.002	0.065	0.004	-0.001	0.062	0.004	-0.001	0.062	0.004
2	2	4	0.045	0.087	0.010	0.037	0.089	0.009	0.038	0.085	0.009	0.038	0.085	0.009
2	2	5	-0.001	0.058	0.003	-0.011	0.060	0.004	-0.008	0.058	0.003	-0.008	0.058	0.003
2	2	6	0.045	0.087	0.010	0.037	0.089	0.009	0.038	0.085	0.009	0.038	0.085	0.009
2	2	7	0.007	0.063	0.004	-0.002	0.065	0.004	0.000	0.062	0.004	-0.001	0.062	0.004
3	3	1	0.051	0.083	0.010	0.044	0.086	0.009	0.044	0.082	0.009	0.044	0.082	0.009
3	3	2	0.022	0.073	0.006	0.009	0.076	0.006	0.013	0.072	0.005	0.012	0.072	0.005
3	3	3	0.005	0.065	0.004	-0.006	0.068	0.005	-0.003	0.064	0.004	-0.003	0.064	0.004
3	3	4	0.051	0.083	0.010	0.044	0.086	0.009	0.044	0.082	0.009	0.044	0.082	0.009
3	3	5	-0.004	0.063	0.004	-0.015	0.065	0.004	-0.012	0.062	0.004	-0.012	0.062	0.004
3	3	6	0.051	0.083	0.010	0.044	0.086	0.009	0.044	0.082	0.009	0.044	0.082	0.009
3	3	7	0.004	0.065	0.004	-0.006	0.067	0.005	-0.004	0.064	0.004	-0.004	0.064	0.004

表 4: 基本指数の精度 ($n = 5$)

$n = 5$	店舗抽出 S	製品抽出 J	カルリ指数			デット指数			ジェボンズ指数			CSWD 指数		
			Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE
1	1	1	0.046	0.000	0.002	0.031	0.000	0.001	0.033	0.000	0.001	0.033	0.000	0.001
1	1	2	0.031	0.005	0.001	0.021	0.003	0.000	0.022	0.003	0.001	0.023	0.003	0.001
1	1	3	0.013	0.012	0.000	0.006	0.011	0.000	0.006	0.011	0.000	0.007	0.011	0.000
1	1	4	0.046	0.000	0.002	0.031	0.000	0.001	0.033	0.000	0.001	0.033	0.000	0.001
1	1	5	0.006	0.012	0.000	0.001	0.010	0.000	0.001	0.011	0.000	0.001	0.011	0.000
1	1	6	0.046	0.000	0.002	0.031	0.000	0.001	0.033	0.000	0.001	0.033	0.000	0.001
1	1	7	0.013	0.012	0.000	0.006	0.011	0.000	0.006	0.011	0.000	0.006	0.011	0.000
2	1	1	0.046	0.066	0.006	0.036	0.067	0.006	0.037	0.064	0.005	0.037	0.064	0.005
2	2	1	0.022	0.051	0.003	0.009	0.052	0.003	0.011	0.049	0.003	0.011	0.049	0.003
2	2	2	0.007	0.044	0.002	-0.003	0.045	0.002	-0.001	0.043	0.002	-0.001	0.043	0.002
2	2	3	0.046	0.066	0.006	0.036	0.067	0.006	0.037	0.064	0.005	0.037	0.064	0.005
2	2	4	0.000	0.041	0.002	-0.011	0.043	0.002	-0.008	0.040	0.002	-0.008	0.040	0.002
2	2	5	0.046	0.066	0.006	0.036	0.067	0.006	0.037	0.064	0.005	0.037	0.064	0.005
2	2	6	0.006	0.044	0.002	-0.004	0.046	0.002	-0.002	0.043	0.002	-0.002	0.043	0.002
2	2	7	0.006	0.044	0.002	-0.004	0.046	0.002	-0.002	0.043	0.002	-0.002	0.043	0.002
3	3	1	0.051	0.063	0.007	0.042	0.066	0.006	0.043	0.062	0.006	0.043	0.062	0.006
3	3	2	0.022	0.050	0.003	0.007	0.053	0.003	0.011	0.049	0.003	0.011	0.049	0.003
3	3	3	0.004	0.046	0.002	-0.008	0.048	0.002	-0.005	0.045	0.002	-0.005	0.045	0.002
3	3	4	0.051	0.063	0.007	0.042	0.066	0.006	0.043	0.062	0.006	0.043	0.062	0.006
3	3	5	-0.004	0.044	0.002	-0.017	0.046	0.002	-0.013	0.043	0.002	-0.014	0.044	0.002
3	3	6	0.051	0.063	0.007	0.042	0.066	0.006	0.043	0.062	0.006	0.043	0.062	0.006
3	3	7	0.003	0.045	0.002	-0.009	0.048	0.002	-0.006	0.045	0.002	-0.006	0.045	0.002

表 5: 基本指数の精度 ($n = 10$)

$n = 10$		カルリ指数				デット指数				ジェボンズ指数				CSWD 指数					
店舗抽出 S	製品抽出 J	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE	Bias	Std.Dev	RMSE
1	1	0.023	0.000	0.001	0.011	0.000	0.000	0.000	0.013	0.000	0.000	0.014	0.000	0.014	0.000	0.000	0.014	0.000	0.000
1	2	0.002	0.003	0.000	-0.005	0.003	0.000	0.000	-0.004	0.003	0.000	-0.004	0.003	0.000	0.003	0.000	-0.004	0.003	0.000
1	3	-0.007	0.006	0.000	-0.013	0.006	0.000	0.000	-0.012	0.006	0.000	-0.012	0.006	0.000	0.006	0.000	-0.012	0.006	0.000
1	4	0.023	0.000	0.001	0.011	0.000	0.000	0.000	0.013	0.000	0.000	0.014	0.000	0.014	0.000	0.000	0.014	0.000	0.000
1	5	-0.010	0.006	0.000	-0.016	0.006	0.000	0.000	-0.015	0.006	0.000	-0.015	0.006	0.000	0.006	0.000	-0.015	0.006	0.000
1	6	0.023	0.000	0.001	0.011	0.000	0.000	0.000	0.013	0.000	0.000	0.014	0.000	0.014	0.000	0.000	0.014	0.000	0.000
1	7	-0.008	0.006	0.000	-0.013	0.006	0.000	0.000	-0.013	0.006	0.000	-0.013	0.006	0.000	0.006	0.000	-0.013	0.006	0.000
2	1	0.046	0.042	0.004	0.035	0.044	0.003	0.003	0.036	0.041	0.003	0.036	0.041	0.003	0.036	0.041	0.036	0.041	0.003
2	2	0.021	0.031	0.001	0.007	0.033	0.001	0.001	0.010	0.030	0.001	0.010	0.030	0.001	0.010	0.030	0.010	0.030	0.001
2	3	0.005	0.027	0.001	-0.007	0.028	0.001	0.001	-0.004	0.026	0.001	-0.004	0.026	0.001	-0.004	0.026	-0.004	0.026	0.001
2	4	0.046	0.042	0.004	0.035	0.044	0.003	0.003	0.036	0.041	0.003	0.036	0.041	0.003	0.036	0.041	0.036	0.041	0.003
2	5	0.000	0.025	0.001	-0.012	0.026	0.001	0.001	-0.009	0.025	0.001	-0.009	0.025	0.001	-0.009	0.025	-0.009	0.025	0.001
2	6	0.046	0.042	0.004	0.035	0.044	0.003	0.003	0.036	0.041	0.003	0.036	0.041	0.003	0.036	0.041	0.036	0.041	0.003
2	7	0.004	0.027	0.001	-0.007	0.028	0.001	0.001	-0.004	0.026	0.001	-0.004	0.026	0.001	-0.004	0.026	-0.004	0.026	0.001
3	1	0.051	0.042	0.004	0.041	0.045	0.004	0.004	0.042	0.041	0.003	0.042	0.041	0.003	0.042	0.041	0.042	0.041	0.003
3	2	0.022	0.032	0.002	0.006	0.034	0.001	0.001	0.011	0.031	0.001	0.011	0.031	0.001	0.011	0.031	0.011	0.031	0.001
3	3	0.002	0.028	0.001	-0.012	0.029	0.001	0.001	-0.008	0.027	0.001	-0.008	0.027	0.001	-0.008	0.027	-0.008	0.027	0.001
3	4	0.051	0.042	0.004	0.041	0.045	0.004	0.004	0.042	0.041	0.003	0.042	0.041	0.003	0.042	0.041	0.042	0.041	0.003
3	5	-0.004	0.027	0.001	-0.018	0.029	0.001	0.001	-0.014	0.027	0.001	-0.014	0.027	0.001	-0.014	0.027	-0.014	0.027	0.001
3	6	0.051	0.042	0.004	0.041	0.045	0.004	0.004	0.042	0.041	0.003	0.042	0.041	0.003	0.042	0.041	0.042	0.041	0.003
3	7	0.002	0.028	0.001	-0.012	0.030	0.001	0.001	-0.008	0.028	0.001	-0.008	0.028	0.001	-0.008	0.028	-0.008	0.028	0.001

参考文献

- [1] Balk, B. M., “Price Indexes for Elementary Aggregates: the Sampling Approach”, *Journal of Official Statistics*, Vol.21, pp.675-699(2005).
- [2] Carruthers, A. G., Sellwood, D. J., and Ward, P. W., “Recent Developments in the Retail Prices Index” *The Statistician*, Vol.29, pp.1-32(1980).
- [3] Dalén, J., “Computing Elementary Aggregates in the Swedish Consumer Price Index”, *Journal of Official Statistics*, Vol.8, pp.129-147(1992).
- [4] Diewert, W. E., “Axiomatic and Economic Approaches to Elementary Price Indexes”, Discussion Paper No.95-01, Department of Economics, The University of British Columbia (1995).
- [5] Dorfman, A. H., Lent, J., Leaver, S. G., and Wegman, E., “On Sample Survey Designs for Consumer Price Indexes”, *Survey Methodology*, Vol.32, pp.197-216(2006).
- [6] Funaoka, F., Saigo, H., Sitter, R. R., and Toida, T. “Bernoulli Bootstrap for Stratified Multistage Sampling”, *Survey Methodology*, Vol.32, pp.151-156(2006).
- [7] ILO, IMF, OECD, UNECE, Eurostat, and The World Bank, “Consumer Price Index Manual: Theory and Practice”, International Labour Organization (2004) ((財) 日本統計協会訳 “消費者物価指数マニュアル 理論と実践”, 日本統計協会 (2005)).
- [8] Ivancic, L., Diewert, W. E., and Fox, K. J., “Scanner Data, Time Aggregation and the Construction of Price Indexes”, *Journal of Econometrics*, Vol.161, pp.24-35(2011).
- [9] Silver, M., and Heravi, S., “Why Elementary Price Index Number Formulas Differ: Evidence on Price Dispersion”, *Journal of Econometrics*, Vol.140, pp.874-883(2007).

(2014年9月30日受付)
(2014年12月3日採録)